



Inove

CONSULTORIA ATUARIAL
& PREVIDENCIÁRIA

NOTA TÉCNICA ATUARIAL – NTA

GOVERNO DO DISTRITO FEDERAL

Instituto de Previdência dos
Servidores do Distrito Federal

IPREV DF

Número da Nota Técnica Atuarial: 2020.000550.2

Nome do Atuário Responsável: Thiago Silveira – MIBA nº 2756

Tipo de Agente Público: Civil

Tipo de Submassa: Fundo Financeiro

Data de Elaboração da NTA: 15/06/2020



SUMÁRIO

1.	OBJETIVO	3
2.	CONDIÇÕES DE ELEGIBILIDADE.....	3
2.1.	Aposentadoria por Idade e Tempo de Contribuição	3
2.2.	Aposentadoria Compulsória	6
2.3.	Aposentadoria por Invalidez	6
2.4.	Pensão por Morte.....	6
3.	HIPÓTESES ATUARIAIS E PREMISSAS	7
3.1.	Tábuas Biométricas	7
3.2.	Alterações futuras no perfil e composição das massas	7
3.3.	Estimativa de remuneração e proventos	8
3.4.	Taxa de juros atuarial	8
3.5.	Entrada no mercado de trabalho e em aposentadoria	9
3.6.	Composição Familiar	9
3.7.	Demais premissas e hipóteses	10
4.	CUSTEIO ADMINISTRATIVO	11
4.1.	Critérios do custeio administrativo.....	11
4.2.	Formulações de cálculo do custeio administrativo.....	11
4.3.	Expressão de cálculo para a constituição de fundo administrativo	11
5.	FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS E METODOLOGIA DE CÁLCULO	11
5.1.	Expressões de cálculo dos benefícios previdenciários a conceder:	11
5.1.1.	Expressões de cálculo do valor atual das remunerações futuras:	15
5.1.2.	Expressões de cálculo das alíquotas de contribuição	16
5.1.3.	Provisões matemáticas de Benefícios a Conceder.....	17
5.2.	Expressões de cálculo dos benefícios previdenciários concedidos:	19
5.3.	Expressão de cálculo e metodologia da compensação financeira:	22
5.3.1.	Benefícios Concedidos	22
5.3.2.	Benefícios a Conceder.....	23
5.4.	Evolução das provisões matemáticas para os próximos 12 meses.....	23
5.5.	Projeções do quantitativo de segurados atuais e futuros.....	24
5.5.1.	Probabilidades fundamentais utilizadas para o cálculo de projeções.....	24
5.5.2.	Probabilidades absolutas	24
5.5.3.	Outras definições	25
5.5.4.	Projeção do quantitativo de servidores e de seus dependentes	25
5.5.5.	Projeção dos Ativos Atuais e dos demais grupos formados a partir deste.....	26
5.5.6.	Projeção dos Aposentados e Pensionistas Atuais e dos grupos formados a partir destes	28
5.6.	Expressões de cálculo e metodologia para fundos	29
6.	EXPRESSÕES DE CÁLCULO PARA O EQUACIONAMENTO DO DÉFICIT ATUARIAL.....	29
7.	PARÂMETROS DE SEGREGAÇÃO DE MASSAS.....	30
8.	EXPRESSÕES DE CÁLCULO DA CONSTRUÇÃO DA TÁBUA DE SERVIÇOS	31
9.	GLOSSÁRIO E SIMBOLOGIAS	32
10.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	34



1. OBJETIVO

Esta Nota Técnica Atuarial (NTA) tem por objetivo apresentar as premissas atuariais, financeiras e demográficas utilizadas, além dos regimes financeiros utilizados para a execução da Avaliação Atuarial do Sistema Previdenciário do Governo do Distrito Federal/DF, bem como apresentar toda formulação matemática, e suas respectivas simbologias, utilizada para o cálculo dos encargos previdenciários. A presente NTA apresenta todos os elementos mínimos previstos no Anexo da Portaria MF nº 464 de 19 de novembro de 2018, além do Modelo Matemático para a Projeção de Massa dos servidores públicos (quantitativos, remunerações e benefícios) e das Referências Bibliográficas utilizadas.

2. CONDIÇÕES DE ELEGIBILIDADE

A seguir será exposto os critérios e formulações utilizados para a determinação das regras permanentes e de transição na elegibilidade dos benefícios previdenciários que são de responsabilidade do RPPS.

2.1. Aposentadoria por Idade e Tempo de Contribuição

A aposentadoria por Idade, Tempo de Contribuição ou Compulsória consiste na determinação de uma renda vitalícia ao segurado que cumpriu todos os requisitos para aquisição deste benefício. Os requisitos necessários para a concessão da aposentadoria estão previstos no artigo 40º da CF/88, com alterações pela EC 20/1998, EC 41/2003, EC 47/2005 e LC 152/2015, pertinentes, conforme regras apresentadas nas tabelas a seguir.



Tabela 1 - Regras de Aposentadoria Voluntária Gerais

Regra	Aposentadoria	Idade (anos)	Tempo Contrib. (anos)	Pedágio ¹	Tempo Serv. Público	Tempo de Carreira	Tempo no Cargo	Ingresso	Cumprimento Requisitos	Provento	Reajuste	
Direito Adquirido	Voluntária (art. 8º, EC 20)	53 homem	35 homem	20%			5	Até 16/12/98	Até 31/12/03	Integral	Paridade	
		48 mulher	30 mulher									
	Voluntária (§ 1º, art. 8º, EC 20)	53 homem	30 homem	40%			5	Até 16/12/98	Até 31/12/03	Proporcional	Paridade	
		48 mulher	25 mulher									
	Voluntária (a, III, § 1º, art. 40, CF)	60 homem	35 homem	30 mulher		10		5	Até 16/12/98	Até 16/12/98	Integral	Paridade
			55 mulher									
Por idade (b, III, § 1º, art. 40, CF)	65 homem	60 mulher			10		5	Até 16/12/98	Até 16/12/98	Proporcional	Paridade	
		60 mulher										
Transição	Voluntária (art. 2º, EC 41)	53 homem	35 homem	20%			5	Até 16/12/98	Vigência da EC 41/03	Média e Reduzida ²	Índice	
		48 mulher	30 mulher									
	Voluntária (art. 3º, EC 47)	Id + TC = 95 anos, se homem	Minimo de 35 homem		25	15	5	Até 16/12/98	Vigência da EC 47/05	Integral	Paridade	
		Id + TC = 85 anos, se mulher	Minimo de 30 mulher									
	Voluntária (art. 6º, EC 41)	60 homem	35 homem	30 mulher		20	10	5	Até 31/12/03	Vigência da EC 41/03	Integral	Paridade
		55 mulher										
Permanente	Voluntária (a, III, § 1º, art. 40, CF)	60 homem	35 homem		10		5	A partir 01/01/04		Média	Índice	
		55 mulher	30 mulher									
	Por Idade (b, III, § 1º, art. 40, CF)	65 homem			10		5	A partir 01/01/04		Média e Proporcional	Índice	
		60 mulher										

¹ Pedágio é período adicional de contribuição, equivalente aos percentuais especificados acima, que o servidor terá que cumprir ao que faltaria para atingir o limite de tempo de contribuição exigido, na data de publicação da EC/20 para completar os requisitos da aposentadoria.

² Provento reduzido para cada ano antecipado em relação aos limites de idade estabelecidos para aposentadoria voluntária na proporção de 3,5% e 5% para aqueles que completarem as exigências para aposentadoria até 31/12/2005 e até 01/01/2006, respectivamente.



Tabela 2 - Regras de Aposentadoria para professores

Regra	Aposentadoria	Idade (anos)	Tempo Contrib. (anos)	Pedágio	Bônus ³	Tempo Serv. Público	Tempo de Carreira	Tempo no Cargo	Ingresso	Cumprimento Requisitos	Provento	Reajuste	
Direito Adquirido	Voluntária (art. 8º, EC 20)	53 homem	35 homem	20%	17% homem			5	Até 16/12/98	Até 31/12/03	Integral	Paridade	
		48 mulher	30 mulher		20% mulher								
	Voluntária (§ 1º, art. 8º, EC 20)	53 homem	30 homem	40%	17% homem			5	Até 16/12/98	Até 31/12/03	Proporcional	Paridade	
		48 mulher	25 mulher		20% mulher								
	Voluntária (a, III, § 1º, art. 40, CF)	55 homem	30 homem					10	5	Até 16/12/98	Até 16/12/98	Integral	Paridade
		50 mulher	25 mulher										
Transição	Voluntária (art. 2º, EC 41)	53 homem	35 homem	20%	17% homem			5	Até 16/12/98	Vigência da EC 41/03	Média e Reduzida	Índice	
		48 mulher	30 mulher		20% mulher								
	Voluntária (art. 6º, EC 41)	55 homem	30 homem			20	10	5	Até 31/12/03	Vigência da EC 41/03	Integral	Paridade	
		50 mulher	25 mulher										
Permanente	Voluntária (a, III, § 1º, art. 40, CF)	55 homem	30 homem			10		5	A partir 01/01/04		Média	Índice	
		50 mulher	25 mulher										

³ Bônus é o acréscimo de 17%, se homem e 20%, se mulher ao tempo de serviço exercido até 16/12/1998, antes do cálculo do pedágio e desde que se aposentem, exclusivamente, com tempo de efetivo exercício das funções de magistério



2.2. Aposentadoria Compulsória

O segurado será aposentado automática e compulsoriamente aos 75 (setenta e cinco) anos de idade, com proventos proporcionais ao tempo de contribuição, conforme dispõe o inciso II, § 1º, art. 40, CF e reajustados na mesma data que se der o reajuste dos benefícios do RGPS.

2.3. Aposentadoria por Invalidez

A aposentadoria por invalidez permanente será devida, a partir da data do respectivo laudo, ao segurado que, por junta médica do órgão de perícia médica, for considerado incapaz para o serviço público municipal, sendo os proventos proporcionais ao tempo de contribuição, exceto se decorrente de acidente em serviço, moléstia profissional ou doença grave, contagiosa ou incurável, na forma da lei.

Os proventos da aposentadoria por invalidez serão calculados pela média aritmética simples das 80% maiores remunerações de contribuição desde julho/1994, cujo resultado será proporcionalizado ao tempo de contribuição, exceto se a invalidez for decorrente de acidente de serviço, moléstia profissional ou doença grave, contagiosa ou incurável, na forma da lei, hipótese em que o servidor fará jus à integralidade da média.

2.4. Pensão por Morte

A pensão por morte é o benefício previdenciário pago aos dependentes habilitados do segurado em razão de seu falecimento, seja na condição de ativo ou inativo; sendo a cota parte individual de cada beneficiário reversível ao conjunto, quando de sua inabilitação ou extinção de seu direito.

No caso de pensão decorrente de falecimento de inativo, o benefício corresponderá à totalidade dos proventos até o limite do teto de benefício aplicável ao RGPS, acrescido de 70% da parcela excedente a este limite, o que se conclui que haverá redução de 30% sobre a parcela do provento que exceder ao teto do RGPS. Sobre este excedente incidirá contribuição previdenciária prevista em lei. Situação semelhante ocorrerá quando do falecimento do servidor ativo.

Havendo mais de um pensionista, a pensão por morte será rateada entre todos em partes iguais, revertendo em favor dos demais a parte daquele cujo direito à pensão cessar.



3. HIPÓTESES ATUARIAIS E PREMISSAS

Neste item serão apresentadas todas as hipóteses utilizadas na execução da Avaliação Atuarial. Essas hipóteses devem ser analisadas a cada ano para ajustá-las, se necessário, fazendo aderência à realidade daquele momento.

3.1. Tábuas Biométricas

As Tábuas Biométricas são tabelas estatísticas que determinam para cada idade, a probabilidade da ocorrência de algum evento específico, a saber: morte, sobrevivência, entrada em invalidez, morte de inválido ou rotatividade (*turnover*). A tabela 3 apresenta as Tábuas Biométricas utilizadas neste cálculo atuarial.

Tabela 3 - Tábuas Biométricas utilizadas em função do evento gerador

EVENTO GERADOR	TÁBUA
Mortalidade Geral	AT - 2000 M/F
Sobrevivência	AT - 2000 M/F
Entrada em Invalidez	LIGHT MEDIA
Mortalidade de Inválidos	AT - 83

Não foi utilizada nenhuma tábua de morbidez, pois não se tem benefícios de auxílios. Dado que o § 2º do art. 9º da EC 103/2020 limita o rol de benefícios do RPPS às aposentadorias e à pensão por morte.

3.2. Alterações futuras no perfil e composição das massas

I. Rotatividade

Neste trabalho foi utilizada ao invés de uma tábua específica para a rotatividade como função da idade, uma **taxa de rotatividade constante de 0,00% ao ano**.

II. Expectativa de Reposição de Servidores Ativos

A reposição de servidores ativos será considerada apenas para as projeções demográficas e financeiras, quando for necessário, não sendo considerada para o cálculo da Provisão Matemática de Benefícios a Conceder (PMBAC) e Custo Normal.



3.3. Estimativa de remuneração e proventos

A tabela 4 apresenta as hipóteses atuariais de estimativa de remuneração e proventos utilizadas.

Tabela 4 - Hipóteses referentes a remuneração e proventos

HIPÓTESES ATUARIAIS	DESCRIÇÃO
Taxa Real do crescimento da remuneração ao longo da carreira	Não foi feito estudo específico para esta hipótese. Desta forma foi considerada a taxa real de crescimento do salário por mérito mínima de 1,00% ao ano , sendo este o mínimo estabelecido pela Portaria MF n° 464/2018.
Taxa Real do crescimento dos proventos	Como considera-se apenas a atualização monetária dos benefícios. Desta forma foi considerada a taxa de crescimento real de benefícios de 0,00% ao ano .

3.4. Taxa de juros atuarial

Corresponde ao retorno esperado das aplicações financeiras de todos os ativos garantidores do RPPS no horizonte de longo prazo que assegure o equilíbrio financeiro e atuarial do Fundo Capitalizado, ou à taxa de juros parâmetro, conforme normas aplicáveis às avaliações atuariais dos RPPS. Sendo assim, foi considerada a taxa de juros da meta atuarial de **0,00% ao ano**.



3.5. Entrada no mercado de trabalho e em aposentadoria

A tabela a seguir apresenta as hipóteses atuariais para estimativa de idade de entrada no mercado de trabalho e em aposentadoria programada utilizadas.

Tabela 5 - Hipóteses referentes a entrada no mercado de trabalho e aposentadoria

HIPÓTESES ATUARIAIS	DESCRIÇÃO
Idade estimada de ingresso ao mercado de trabalho	Caso a base de dados não contemple o tempo de serviço anterior dos servidores ativos, adotamos o mínimo entre a idade de admissão e a idade de 25 anos.
Idade estimada de entrada em aposentadoria programada	Para a hipótese em questão é calculado a elegibilidade do segurado ativo para um benefício programado. Para isto é levado em consideração suas informações cadastrais e as regras de elegibilidade vigentes.

3.6. Composição Familiar

Foram utilizadas as informações contidas na base de dados disponibilizada. Na ausência de informações com relação à composição do grupo familiar e estado civil do servidor ativo, adotar-se-á as seguintes hipóteses:

- **GRUPO FAMILIAR:** que o homem se casa, em média, com uma mulher 3 (três) anos mais nova do que ele sendo a recíproca também verdadeira, ou seja, que a mulher se casa, em média, com um homem 3 (três) anos mais velho. Além disso, considera-se que esse casal possui um filho 30 (trinta) anos mais novo que o homem ou 27 (anos) anos mais novo que a mulher. Na ausência de informações relativas aos filhos do servidor ativo, considerou-se a existência de um filho 30 (trinta) anos mais novo que o homem ou 27 (vinte e sete) anos mais novo que a mulher;
- **ESTADO CIVIL:** probabilidade de o servidor ativo estar casado conforme experiência desta consultoria⁴. A tabela a seguir apresenta essas probabilidades por idade.

⁴ Para a construção dessa experiência foi utilizado um grande banco de dados com mais de 500.000 servidores ativos de diversos RPPS do Brasil (de Estados, Capitais, Municípios de grande, médio e pequeno porte). Para a construção dessa experiência foram selecionadas apenas as bases de dados com qualidade satisfatória nas informações prestadas.



Tabela 6 - Probabilidade de o servidor ativo estar casado para cada idade dos 25 aos 60 anos

IDADE	PROBABILIDADE DE ESTAR CASADO (π_x)	IDADE	PROBABILIDADE DE ESTAR CASADO (π_x)
25	11,7%	43	50,6%
26	20,9%	44	51,3%
27	26,2%	45	51,9%
28	30,0%	46	52,5%
29	33,0%	47	53,1%
30	35,4%	48	53,7%
31	37,4%	49	54,2%
32	39,2%	50	54,7%
33	40,7%	51	55,2%
34	42,1%	52	55,7%
35	43,4%	53	56,2%
36	44,5%	54	56,6%
37	45,6%	55	57,0%
38	46,5%	56	57,5%
39	47,5%	57	57,9%
40	48,3%	58	58,3%
41	49,1%	59	58,6%
42	49,9%	60	59,0%

3.7. Demais premissas e hipóteses

Tabela 7 - Demais premissas e hipóteses atuariais

HIPÓTESES ATUARIAIS	DESCRIÇÃO
Inflação projetada	Foi considerado a projeção de inflação em 3,50%, de acordo com o relatório FOCUS do dia 03/04/2020.
Fator de determinação do valor real ao longo do tempo das remunerações e proventos (FDS e FDB, respectivamente)	Considerando a projeção de inflação em 3,50%, o fator de determinação do valor real ao longo do tempo dos salários e benefícios considerados de 98,44%.
Benefícios a conceder com base na média das remunerações ou com base na última remuneração	Considerando que não se tem o histórico das remunerações dos servidores e não se sabe qual a média dessas remunerações, para os benefícios a conceder, será utilizado como base a última remuneração optando por uma postura mais conservadora.
Estimativa do crescimento real do teto de contribuição do RGPS	Não utilizaremos a estimativa de crescimento dessa hipótese, portando adota-se que o teto do RGPS é corrigido apenas pela inflação.



4. CUSTEIO ADMINISTRATIVO

Apesar de o Artigo 15 da Portaria MPS n°. 402, de 11 de dezembro de 2008, constar que a taxa de administração não poderá exceder a dois pontos percentuais do valor total da remuneração, proventos e pensões dos segurados vinculados ao regime próprio de previdência social, relativamente ao exercício financeiro anterior, consideramos que a despesa administrativa será de 2,00% apenas sobre o total das remunerações.

4.1. Critérios do custeio administrativo

Os critérios referentes ao custeio administrativo seguem as definições previstas na legislação de cada ente.

$$admCN_{\%} = \text{taxa de administração prevista em lei}$$

$$admCN_{\$} = admCN_{\%} \times Sal_x$$

4.2. Formulações de cálculo do custeio administrativo

Na apuração do resultado atuarial, desconsideramos do valor atual das receitas e o valor do percentual destinado ao custeio administrativo.

4.3. Expressão de cálculo para a constituição de fundo administrativo

Não avaliamos a constituição do fundo administrativo, composto pelas sobras das receitas administrativas em relação aos gastos efetivos.

5. FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS E METODOLOGIA DE CÁLCULO

5.1. Expressões de cálculo dos benefícios previdenciários a conceder:

I. Aposentadoria de válidos (por idade, tempo de contribuição e compulsória) e sua reversão em pensão.

a) Regime Financeiro: **Capitalização**



b) Método de Financiamento: **Ortodoxo**

c) Formulações para o cálculo do benefício inicial:

$$B_t = Sal_x \times (1 + cs)^t$$

d) Formulações para o cálculo das provisões matemáticas e do custo normal:

$${}^rVPBF_x^{BaC} = 13 \times B_t \times {}_{r-x}p_x^{(t)} \times v^{r-x} \times (a_r + ar_{/x-k} \times \pi_r)$$

$${}^rVPBF_x^{BaC-teto} = 13 \times B'_t \times {}_{r-x}p_x^{(t)} \times v^{r-x} \times (a_r + ar_{/x-k} \times \pi_r)$$

$$\text{Sendo: } B'_t \begin{cases} \text{Se } B_t < \text{Teto RGPS então: } B'_t = 0 \\ \text{Senão } B'_t = (B_t - \text{Teto RGPS}) \end{cases}$$

Onde:

r = idade estimada de entrada em aposentadoria programada;

x = idade atual do servidor;

B_t = valor do benefício projetado para a idade de aposentadoria;

${}_{r-x}p_x^{(t)}$ = probabilidade de um indivíduo admitido com idade x chegar vivo e ativo na idade de aposentadoria r , em um ambiente multidecremental;

v^{r-x} = fator de desconto financeiro da idade x até a idade de aposentadoria r ;

π_r = probabilidade de o indivíduo estar casado na idade de aposentadoria r .

$${}^rVPBF_x^{liquido} = {}^rVPBF_x^{BaC} - {}^rVPBF_x^{BaC-teto} \times Aliquota_{Servidor}$$

II. Benefício a conceder de aposentadoria por invalidez e sua reversão em pensão:

No cálculo deste benefício foram considerados os seguintes critérios:

a) Regime Financeiro: **Capitalização**

b) Método de Financiamento: **Ortodoxo**

c) Formulações para o cálculo do benefício inicial:

$$B_t = Sal_x \times (1 + cs)^t$$

d) Formulações para o cálculo do custo normal, em valores:

No cálculo deste benefício foram considerados os seguintes critérios:



- Para os servidores com cônjuge de idade $x - k$ e pelo menos um filho com idade z (inferior a 21 anos), a metodologia utilizada foi:

$$invVPBF_x^{BaC} = 13 \times \left(\begin{aligned} & \sum_{t=0}^{z-1} B_t \times {}_t p_x^{(t)} \times i'_{x+t} \times \left(a_{\overline{21-z-t}|} + {}_{21-z-t} a_{x+t}^i + {}_{21-z-t} a_{x-k+t} + {}_{21-z-t} a_{x+t^i/x-k+t} \times \pi_r \right) \\ & + \\ & \sum_{t=21}^{r-x-1} B_t \times {}_t p_x^{(t)} \times i'_{x+t} \times \left(a_{x+t}^i + a_{x-k+t} + a_{x+t^i/x-k+t} \times \pi_r \right) \end{aligned} \right)$$

$$invVPBF_x^{BaC-teto} = 13 \times \left(\begin{aligned} & \sum_{t=0}^{z-1} B'_t \times {}_t p_x^{(t)} \times i'_{x+t} \times \left(a_{\overline{21-z-t}|} + {}_{21-z-t} a_{x+t}^i + {}_{21-z-t} a_{x-k+t} + {}_{21-z-t} a_{x+t^i/x-k+t} \times \pi_r \right) \\ & + \\ & \sum_{t=21}^{r-x-1} B'_t \times {}_t p_x^{(t)} \times i'_{x+t} \times \left(a_{x+t}^i + a_{x-k+t} + a_{x+t^i/x-k+t} \times \pi_r \right) \end{aligned} \right)$$

Sendo: $z \leq 21$

Sendo: $B'_t \begin{cases} \text{Se } B_t < \text{Teto RGPS então: } B'_t = 0 \\ \text{Senão } B'_t = (B_t - \text{Teto RGPS}) \end{cases}$

Onde:

$$a_{x+t^i/x-k+t} = \sum_{\alpha=1}^{\omega} \alpha p_{x+t}^i \times \alpha p_{x-k+t} \times v^\alpha$$

$${}_{21-z-t} a_{x+t^i/x-k+t} = \sum_{\alpha=21-z-t}^{\omega} \alpha p_{x+t}^i \times \alpha p_{x-k+t} \times v^\alpha$$

- Para servidores com cônjuge de idade $x - k$ e sem filhos, a metodologia utilizada foi:

$$invVPBF_x^{BaC} = 13 \times \sum_{t=0}^{r-x-1} B_t \times {}_t p_x^{(t)} \times i'_{x+t} \times \left(a_{x+t}^i + a_{x-k+t} + a_{x+t^i/x-k+t} \times \pi_r \right)$$

- Para os servidores que tenham pelo menos um filho com idade z (inferior a 21 anos) e não possuam cônjuge, utilizou-se a seguinte fórmula:



$${}^{inv}VPBF_x = 13 \times \sum_{t=0}^{z-1} B_t \times {}_t p_x^{(t)} \times i'_{x+t} \times (a_{\overline{21-z-t}|} + {}_{21-z-t}a_{x+t}^i)$$

Sendo: $z \leq 21$

- Para os servidores que não possuem dependentes, a fórmula utilizada foi:

$${}^{inv}VPBF_x = 13 \times \sum_{t=0}^{r-x-1} B_t \times {}_t p_x^{(t)} \times i'_{x+t} \times a_{x+t}^i$$

Onde:

n = quantidade de servidores expostos ao risco de invalidez;

- e) Formulações para o cálculo da Provisão Matemática dos Benefícios a Conceder:

Há formação de provisões apenas quando do fato gerador do benefício, sendo, provisão para benefícios concedidos.

III. Benefício a conceder de pensão por morte de servidor em atividade:

No cálculo deste benefício foram considerados os seguintes critérios:

- Regime Financeiro: **Capitalização**
- Método de Financiamento: **Ortodoxo**
- Formulações para o cálculo do benefício inicial:

$$B_t = Sal_x \times (1 + cs)^t$$

- Formulações para o cálculo do custo normal:
- Para os servidores com cônjuge de idade $x - k$ e pelo menos um filho com idade z (inferior a 21 anos), a metodologia utilizada foi:



$$pensVPBF_x^{BaC} = 13 \times \left(\begin{array}{c} \sum_{t=0}^{z-1} B_t \times {}_t p_x^{(t)} \times q_{x+t}^{(t)} \times (a_{\overline{21-z-t}|} + {}_{21-z-t} a_{x-k+t} \times \pi_r) \\ + \\ \sum_{t=21}^{r-x-1} B_t \times {}_t p_x^{(t)} \times q_{x+t}^{(t)} \times {}_{21-z-} a_{x-k+t} \times \pi_r \end{array} \right)$$

Sendo: $z \leq 21$

- Para servidores com cônjuge de idade $x - k$ e sem filhos, a metodologia utilizada foi:

$$pensVPBF_x = \sum_{t=0}^{r-x-1} 13 \times B_t \times {}_t p_x^{(t)} \times q_{x+t}^{(t)} \times {}_{21-z-t} a_{x-k+t} \times \pi_r$$

- Para os servidores que tenham pelo menos um filho com idade z (inferior a 21 anos) e não possuam cônjuge, utilizou-se a seguinte fórmula:

$$pensVPBF_x = \sum_{t=0}^{z-1} 13 \times B_t \times {}_t p_x^{(t)} \times q_{x+t}^{(t)} \times a_{\overline{21-z-t}|}$$

Onde:

n = quantidade de servidores expostos ao risco de morte;

- e) Formulações para o cálculo da Provisão Matemática dos Benefícios a Conceder:

Há formação de provisões apenas quando do fato gerador do benefício, sendo, provisão para benefícios concedidos.

5.1.1. Expressões de cálculo do valor atual das remunerações futuras:

No cálculo foi utilizada a seguinte fórmula:

$$VPSF_x = 13 \times Sal_x \times a_{x:r-x}^{(t)}$$



5.1.2. Expressões de cálculo das alíquotas de contribuição

I. Cálculo do VABF Líquido Total.

$$totalVPBF_x^{liquido} = \sum_{t=1}^n rVPBF_t^{liquido} + \sum_{t=1}^n invVPBF_t^{liquido} + \sum_{t=1}^n pensVPBF_t^{liquido}$$

I. Aposentadoria de válidos (por idade, tempo de contribuição e compulsória) e sua reversão em pensão.

$$rCN_{\%} = (Aliquota_{servidor} + Aliquota_{servidor}) \times \frac{\sum_{t=1}^n rVPBF_t^{liquido}}{totalVPBF_x^{liquido}}$$

$$rCN_{\$} = rCN_{\%} \times 13 \times Sal_x$$

II. Benefício a conceder de aposentadoria por invalidez e sua reversão em pensão:

$$iCN_{\%} = (Aliquota_{servidor} + Aliquota_{servidor}) \times \frac{\sum_{t=1}^n invVPBF_t^{liquido}}{totalVPBF_x^{liquido}}$$

$$iCN_{\$} = iCN_{\%} \times 13 \times Sal_x$$

III. Benefício a conceder de pensão por morte de servidor em atividade:

$$pCN_{\%} = (Aliquota_{servidor} + Aliquota_{servidor}) \times \frac{\sum_{t=1}^n pensVPBF_t^{liquido}}{totalVPBF_x^{liquido}}$$

$$pCN_{\$} = pCN_{\%} \times 13 \times Sal_x$$

No cálculo foi utilizada a seguinte fórmula:



$$T_{CN\%} = r_{CN\%} + i_{CN\%} + p_{CN\%} + adm_{CN\%}$$

$$T_{CN\$} = T_{CN\%} \times 13 \times Sal_x$$

IV. Alíquota normal do ente

$$ente_{CN\%} = T_{CN\%} - servidor_{CN\%}$$

$$ente_{CN\$} = ente_{CN\%} \times 13 \times Sal_x$$

V. Alíquota normal do servidor

A alíquota normal do servidor será aquela definida na legislação do ente público, respeitando o percentual mínimo calculado como custo normal.

VI. Alíquota normal do aposentado e pensionista

A alíquota normal do aposentado e pensionista será aquela definida na legislação do ente público.

5.1.3. Provisões matemáticas de Benefícios a Conceder

Para o cálculo dessas Provisões Matemáticas foi utilizado o método chamado prospectivo⁵, que equivale à diferença entre o Valor Presente dos Benefícios Futuros (VPBF) e o Valor Presente das Contribuições Futuras (VPCF). Para tanto foram utilizadas as seguintes fórmulas:

VII. Aposentadoria de válidos (por idade, tempo de contribuição e compulsória) e sua reversão em pensão.

$$r_{VPCF_{ativos}} = 13 \times r_{CN\%} \times VPSE_x \times \frac{serv_{CN\%}}{T_{CN\%}}$$

⁵ Ver Ferreira (1985, vol IV, pp. 355-62).



$${}^rVPCF_{ente} = 13 \times {}^rCN_{\%} \times VPSF_x - {}^rVPCF_{ativos}$$

$$PMBaC_x = \left(13 \times \sum_{t=1}^n {}^rVPBF_t^{liquido} \right) - ({}^rVPCF_{ativos} + {}^rVPCF_{ente})$$

VIII. Benefício a conceder de aposentadoria por invalidez e sua reversão em pensão:

$${}^{inv}VPCF_{ativos} = 13 \times {}^{inv}CN_{\%} \times VPSF_x \times \frac{{}^{serv}CN_{\%}}{{}^T CN_{\%}}$$

$${}^{inv}VPCF_{ente} = 13 \times {}^{inv}CN_{\%} \times VPSF_x - {}^{inv}VPCF_{ativos}$$

$$PMBaC_x = \left(13 \times \sum_{t=1}^n {}^{pens}VPBF_t^{liquido} \right) - ({}^{inv}VPCF_{ativos} + {}^{inv}VPCF_{ente})$$

IX. Benefício a conceder de pensão por morte de servidor em atividade:

$${}^{pens}VPCF_{ativos} = 13 \times {}^{pens}CN_{\%} \times VPSF_x \times \frac{{}^{serv}CN_{\%}}{{}^T CN_{\%}}$$

$${}^{pens}VPCF_{ente} = 13 \times {}^{pens}CN_{\%} \times VPSF_x - {}^{inv}VPCF_{ativos}$$

$$PMBaC_x = \left(13 \times \sum_{t=1}^n {}^{pens}VPBF_t^{liquido} \right) - ({}^{pens}VPCF_{ativos} + {}^{pens}VPCF_{ente})$$



5.2. Expressões de cálculo dos benefícios previdenciários concedidos:

III. Benefícios concedidos de aposentadoria de válidos (por idade, tempo de contribuição e compulsória) e sua reversão em pensão:

a) Regime financeiro: **Capitalização**

Para o cálculo do Valor Presente dos Benefícios Futuros (${}^{apos}VPBF_x$) de aposentadoria normal reversível aos dependentes, foram considerados os seguintes critérios:

- Para os servidores com cônjuge de idade $x - k$ e pelo menos um filho com idade z (inferior a 21 anos), utilizou-se a seguinte fórmula:

$${}^{apos}VPBF_x = 13 \times B_t \times \left(a_{\overline{21-z}|} + {}_{21-z}a_{x/x-k} \right)$$

- Para os servidores com cônjuge de idade $x - k$ e sem filhos, a fórmula utilizada foi:

$${}^{apos}VPBF_x = 13 \times B_t \times a_{x/x-k}$$

- Para os servidores que tenham pelo menos um filho com idade z inferior a 21 anos e que não possuam cônjuge como dependente, a fórmula utilizada foi:

$${}^{apos}VPBF_x = 13 \times B_t \times \left(a_{\overline{21-z}|} + {}_{21-z}a_x \right)$$

A expressão de cálculo da Provisão Matemática dos Benefícios Concedidos, referente às aposentadorias de válidos utilizado no cálculo foi a seguinte:

$${}^{apos}PMBC_x = {}^{apos}VPBF_x - {}^{apos}VPCF_x$$

$${}^{apos}VPCF_x = aliquota \text{ servidores} \times {}^{apos}VPBF_{x,teto}$$

Considera-se o cálculo do ${}^{apos}VPBF_{x,teto}$ apenas o valor integral do benefício pela parcela deste que supere o teto do Regime Geral de Previdência Social (RGPS)



Importante ressaltar que para os Benefícios Concedidos não há contribuição do Ente Federativo, sendo assim não há o *VPCF* do mesmo.

IV. Benefícios concedidos de aposentadoria por invalidez e sua reversão em pensão:

a) Regime financeiro: **Capitalização**

Para o cálculo do Valor Presente dos Benefícios Futuros (${}^{inv}VPBF_x$) de aposentadoria por invalidez reversível aos dependentes, foram considerados os seguintes critérios:

- Para os servidores com pelo menos um filho com idade z inferior a 21 anos e que não possuam cônjuge como dependente, a fórmula utilizada foi:

$${}^{inv}VPBF_x^{BC} = 13 \times B_x \times \left(a_{\overline{21-z}|} + {}_{21-z}a_x^i \right)$$

- Para os servidores com cônjuge de idade $x - k$ e pelo menos um filho com idade z (inferior a 21 anos), utilizou-se a seguinte fórmula:

$${}^{inv}VPBF_x^{BC} = 13 \times B_x \times \left(a_{\overline{21-z}|} + {}_{21-z}a_x^i + {}_{21-z}a_{x-k} + a_{x^i/x-k} \right)$$

- Para os servidores com cônjuge de idade $x - k$ e sem filhos, a fórmula utilizada foi:

$${}^{inv}VPBF_x^{BC} = 13 \times B_x \times \left(a_x^i + a_{x-k} + a_{x^i/x-k} \right)$$

A expressão de cálculo da Provisão Matemática dos Benefícios Concedidos, referente às aposentadorias de inválidos utilizado no cálculo foi a seguinte:

$${}^{inv}PMBC_x = {}^{inv}VPBF_x^{BC} - {}^{inv}VPCF_x^{BC}$$

$${}^{inv}VPCF_x^{BC} = aliquota\ servidores \times {}^{inv}VPBF_{x,teto}^{BC}$$



Considera-se o cálculo do ${}^{inv}VPBF_{x_{teto}}^{BC}$ apenas o valor integral do benefício pela parcela deste que supere o teto do Regime Geral de Previdência Social (RGPS).

Importante ressaltar que para os Benefícios Concedidos não há contribuição do Ente Federativo, sendo assim não há o $VPFC$ do mesmo.

V. Benefícios concedidos de pensão por morte:

a) Regime financeiro: **Capitalização**

Para o cálculo do Valor Presente dos Benefícios Futuros (${}^{pens}VPBF_x$) da pensão por morte, foram considerados os seguintes critérios:

- Nos casos em que a pensão foi concedida ao cônjuge de idade x e ao filho com idade z inferior a 21 anos, a fórmula utilizada foi:

$${}^{pens}VPBF_x^{BC} = 13 \times B_x \times (a_{\overline{21-x}|} + {}_{21-z}a_x)$$

- Nos casos em que a pensão foi concedida apenas ao cônjuge de idade $x - k$, utilizou-se a seguinte fórmula:

$${}^{pens}VPBF_x^{BC} = 13 \times B_p \times a_{x-k}$$

- Nos casos em que a pensão é concedida apenas ao filho com idade z inferior a 21 anos, utilizou-se a seguinte fórmula:

$${}^{pens}VPBF_x^{BC} = 13 \times B_x \times a_{\overline{21-z}|}$$

A expressão de cálculo da Provisão Matemática dos Benefícios Concedidos, referente às pensões por morte utilizado no cálculo foi a seguinte:

$${}^{pens}PMBC_x = {}^{pens}VPBF_x^{BC} - {}^{pens}VPFC_x^{BC}$$



$$pensVP CF_x^{BC} = Aliquota_{Servidor} \times pensVPBF_{x_{teto}}^{BC}$$

Considera-se o cálculo do $pensVPBF_{x_{teto}}^{BC}$ apenas o valor integral do benefício pela parcela deste que supere o teto do Regime Geral de Previdência Social (RGPS).

Importante ressaltar que para os Benefícios Concedidos não há contribuição do Ente Federativo, sendo assim não há o *VPCF* do mesmo.

5.3. Expressão de cálculo e metodologia da compensação financeira:

I. Compensação financeira dos benefícios concedidos a receber

A estimativa de Compensação Previdenciária poderá ser considerada como Ativo do Plano caso o RPPS possua convênio ou acordo de cooperação técnica em vigor para operacionalização da compensação previdenciária com os regimes de origem.

Como não consta da base cadastral os valores das remunerações de cada servidor no período a compensar com o regime previdenciário de origem, o cálculo do valor individual a receber é realizado com base no valor médio per capita dos requerimentos já deferidos, vigentes na data-base da avaliação, conforme a fórmula a seguir:

5.3.1. Benefícios Concedidos

$${}^{BC}VPComp_{prev}F = VPBF \times \frac{\text{Rec. COMPREV}}{\text{Folha benef}}$$

Onde:

VPBF = Valor Presente dos Benefícios Futuros dos atuais aposentados e pensionistas.

Rec. COMPREV = Receita de Compensação Previdenciária referente ao exercício anterior ao da realização desta avaliação atuarial.

Folha benef = Valor da folha de proventos de aposentadoria e pensão referente ao exercício anterior ao da realização da avaliação atuarial.



5.3.2. Benefícios a Conceder

$$BaC_{VPCompF} = \sum_t^n r_{VPBF_{x(t)}} \times \frac{\text{Ben. Med. RGPS}}{\text{Sal}_t} \times \frac{TcRGPS_t}{TcRGPS_t + TcRPPS_t}$$

Onde:

$r_{VPBF_{x(t)}}$ = Valor Presente dos Benefícios Futuros referente às aposentadorias programadas futuras do servidor "t"

Ben. Med. RGPS = Valor médio per capita dos benefícios pagos pelo Regime Geral de Previdência Social

Sal_t = Salário Mensal do servidor "t"

$TcRGPS_t$ = Tempo de contribuição do servidor "t" ao Regime Geral de Previdência Social

$TcRPPS_t$ = Tempo de contribuição do servidor "t" ao Regime Próprio de Previdência Social – RPPS do ente federativo.

Observação: A fração $\frac{\text{Ben. Med. INSS}}{\text{Sal}_t}$ é limitada a 1.

5.4. Evolução das provisões matemáticas para os próximos 12 meses

Será feito uma avaliação atuarial projetada para 12 meses para efetuar uma interpolação linear, conforme fórmula abaixo, de modo a permitir a contabilização mensal. "V" é o valor a ser trabalhado e k é o mês (0 é a avaliação atual e 12 a avaliação projetada).

$$V_k = V_0 + \frac{V_{12} - V_0}{12} \times k$$

Note que o décimo segundo mês será substituído pela próxima avaliação atuarial, servindo apenas de base de cálculo para a estimativa das provisões mensais.



5.5. Projeções do quantitativo de segurados atuais e futuros

O Modelo da Projeção de Massa estima o quantitativo de servidores ativos, aposentados e dos pensionistas atuais e futuros em cada ano, bem como suas respectivas remunerações e benefícios.

Entretanto, não basta saber quais os valores de despesas ou contribuições que ocorrerão futuramente, são fundamentais para garantir que os valores das contribuições futuras sejam suficientes para garantir os futuros benefícios dos servidores atuais e futuros, além dos benefícios de seus respectivos dependentes.

Além disso, é importante definir um percentual de contribuição que não sofra grandes oscilações ao longo do tempo e que garanta o Equilíbrio Financeiro e Atuarial do plano previdenciário.

5.5.1. Probabilidades fundamentais utilizadas para o cálculo de projeções

Foram utilizadas as seguintes probabilidades fundamentais nas projeções atuariais:

- q_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x falecer em antes de atingir a idade $x + 1$;
- q_x^i = probabilidade de um servidor inválido de idade x falecer antes de atingir a idade $x + 1$;
- w_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x ser exonerado antes de atingir a idade $x + 1$;
- i_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x tornar-se inválido antes de atingir a idade $x + 1$;
- r_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x aposentar-se por idade, tempo de contribuição ou compulsória, antes de atingir a idade $x + 1$;

5.5.2. Probabilidades absolutas

As probabilidades fundamentais são as bases para a determinação das probabilidades absolutas. Enquanto as probabilidades fundamentais consideram os eventos de forma isolada, as probabilidades absolutas consideram as interações existentes entre os eventos, ou seja, em um ambiente multidecremental. Foram utilizadas as seguintes probabilidades absolutas nas projeções atuariais:



- $q_x^{(m)}$ = probabilidade de um servidor ativo de idade x falecer em antes de atingir a idade $x + 1$, em um ambiente multidecremental;
- w'_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x ser exonerado antes de atingir a idade $x + 1$, em um ambiente multidecremental;
- i'_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x tornar-se inválido antes de atingir a idade $x + 1$, em um ambiente multidecremental;
- r'_x = probabilidade de um servidor ativo de idade x aposentar-se por idade, tempo de contribuição ou compulsória, antes de atingir a idade $x + 1$;
- $q_x^{(t)}$ = probabilidade de um servidor de idade x se desligar do grupo de servidores ativos em virtude de morte em atividade, exoneração, invalidez ou aposentadoria;

5.5.3. Outras definições

As definições abaixo serão utilizadas nas fórmulas descritas a seguir:

- x = idade atual do servidor;
- π_x = probabilidade de um servidor de idade x estar casado;
- k = diferença etária entre o servidor e seu cônjuge;
- y = idade de admissão;
- cs = crescimento real anual de salário;

5.5.4. Projeção do quantitativo de servidores e de seus dependentes

I. Ativos Atuais

Aos ativos atuais, foram aplicados os fatores de decremento $q_x^{(t)}$ até a extinção do grupo. Através da aplicação dos fatores r'_x , $q_x^{(m)}$, i'_x o grupo de ativos atuais gerou os seguintes subgrupos:

- Novos aposentados dos ativos atuais;
- Novos pensionistas dos ativos atuais; e
- Novos inválidos dos ativos atuais.

Aplicando-se os fatores q_x e q_x^i aos grupos de aposentados dos ativos atuais e inválidos dos ativos atuais respectivamente, novos grupos de pensionistas são gerados.



II. Aposentados Atuais

Aos aposentados atuais, foi aplicado o fator de decremento q_x até que este grupo se extinguisse, gerando os novos pensionistas dos aposentados atuais.

Aos pensionistas atuais foi aplicado o fator de decremento q_x até que este grupo se extinguisse.

5.5.5. Projeção dos Ativos Atuais e dos demais grupos formados a partir deste

I. Projeção dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de servidores ativos em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($NumAt$):

$$NumAt(x + 1; t + 1) = NumAt(x; t) \times (1 - q_x^{(t)})$$

- Soma de Salários de Ativos em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($SalAt$):
 $SalAt(x + 1; t + 1) = NumAt(x + 1; t + 1) \times SalAt(x; t) \times (1 - cs)$

II. Projeção dos Pensionistas dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Ativos em $t + 1$ com idade $x - k + 1$ ($NumPens$):

$$NumPens(x - k + 1; t + 1) = NumPens(x - k + 1; t) \times (1 - q_{x-k}) + NumAt(x; t) \times q_x^{(t)} \times \pi_x$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Ativos Atuais em $t + 1$ com idade $x - k + 1$ ($BenPen$):

$$BenPen(x - k + 1; t + 1) = BenPen(x - k; t) \times p_{x-k} + NumAt(x; t) \times q_x^{(t)} \times \pi_x \times SalAt(x + 1; t + 1)$$

III. Projeção dos Inválidos dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Inválidos em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($NumInv$):

$$NumInv(x + 1; t + 1) = NumInv(x; t) \times p_x^i + NumAt(x; t) \times i_x'$$



- Soma de benefícios de inválidos em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($BenInv$):

$$BenInv(x + 1; t + 1) = NumAti(x; t) \times [SalAti(x; t) * (1 + cs) \times i'_x] + BenInv(x; t) \times p_x^i$$

IV. Projeção dos Pensionistas dos Inválidos dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Inválidos em $t + 1$ com idade $x - k + 1$ ($NumPenInv$):

$$NumPenInv(x - k + 1; t + 1) = NumPenInv(x - k; t) \times p_{x-k} + NumInv(x; t) \times q_x^i \times \pi_x$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Inválidos dos Ativos Atuais em $t + 1$ com idade $x - k + 1$ ($BenPenInv$):

$$BenPenInv(x - k + 1; t + 1) = BenPenInv(x - k; t) \times p_{x-k} + NumInv(x; t) \times q_x^i \times \pi_x \times BenInv(x; t)$$

V. Projeção dos Aposentados dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Aposentados dos Ativos Atuais em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($NumApos$):

$$NumApos(x + 1; t + 1) = NumAti(x; t) \times p_x + NumAti(x; t) \times r_x$$

- Soma de Benefícios de Aposentados em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($BenApos$):

$$BenApos(x + 1; t + 1) = NumAti(x; t) \times r_x \times [SalAti(x; t) * (1 + cs)] + BenApos(x; t) \times p_x$$

VI. Projeção dos Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais em $t + 1$ com idade $x - k + 1$ ($NumPenApos$):

$$NumPenApos(x - k + 1; t + 1) = NumPenApos(x - k; t) \times p_{x-k} + NumApos(x; t) \times q_x \times \pi_x$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais em $t + 1$ com idade $x - k + 1$ ($BenPenApos$):

$$BenPenApos(x - k + 1; t + 1) = BenPenApos(x - k; t) \times p_{x-k} + BenApos(x; t) \times q_x \times \pi_x$$



5.5.6. Projeção dos Aposentados e Pensionistas Atuais e dos grupos formados a partir destes

I. Projeção dos Pensionistas Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de pensionistas Atuais em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($NumPensAt$):

$$NumPensAt(x + 1; t + 1) = NumPensAt(x; t) \times p_{x-k}$$

- Soma de Benefícios dos Pensionistas Atuais em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($BenPenAt$):

$$BenPenAt(x + 1; t + 1) = SomBenPens(x; t) \times p_x$$

II. Projeção dos Aposentados Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de Aposentados Atuais em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($NumAposAt$):

$$NumAposAt(x + 1; t + 1) = BenApos(x; t) \times p_x$$

- Soma de Benefícios dos Aposentados Atuais em $t + 1$ com idade $x + 1$ ($BenAposAt$):

$$BenAposAt(x + 1; t + 1) = BenApos(x; t) \times p_x$$

III. Projeção dos Pensionistas dos Aposentados Atuais

Foram utilizadas as seguintes fórmulas:

- Número de pensionistas dos Aposentados atuais em $t + 1$ com idade $x - k + 1$ ($NumPenAposAt$):

$$NumPenAposAt(x - k + 1; t + 1) = NumPenAposAt(x - k; t) \times p_{x-k} + NumAposAt(x; t) \times q_x \times \pi_x$$

- Soma de Benefícios de Pensionistas dos Aposentados dos Ativos Atuais em $t + 1$ com idade $x - k + 1$ ($BenPenAposAt$):

$$BenPenAposAt(x - k + 1; t + 1) = BenPenAposAt(x - k; t) \times p_{x-k} + BenAposAt(x; t) \times q_x \times \pi_x$$



Após a realização dos cálculos para cada um dos participantes, estes resultados são agrupados em função das projeções anuais e consolidados conforme os itens anteriormente descritos.

5.6. Expressões de cálculo e metodologia para fundos

I. Fundo garantidor de benefícios estruturados em regime de repartição de capitais de cobertura – (FGB-RCC)

$$\text{Receitas do FGB-RCC} = {}^iCN_{\%} + {}^pCN_{\%} \times Sal_{total}$$

$$\text{Despesas do FGB-RCC} = \text{constituição de } {}^{pens}RMBC_x \text{ ou } {}^{inv}RMBC_x$$

II. Fundo para oscilação de riscos dos benefícios estruturados em repartição de capitais de cobertura

Não há constituição de fundo de oscilação de riscos.

III. Fundo para oscilação de riscos dos benefícios estruturados em regime de capitalização

Não há constituição de fundo de oscilação de riscos.

6. EXPRESSÕES DE CÁLCULO PARA O EQUACIONAMENTO DO DÉFICIT ATUARIAL

O Passivo Atuarial Infundado (*PAI*) em um ano *t* corresponde à diferença entre o Passivo Atuarial e os Ativos Financeiros do plano, ou seja:

$$PAI_t = PA_t - \text{Ativos Financeiros}_t$$

A Instrução Normativa SPREV nº 7, de 21 de dezembro de 2018, em concordância com a Portaria MF nº 464, de 2018, estabelece que o plano de amortização deverá obedecer a um dos prazos máximos estabelecidos, sendo assim o Passivo Atuarial Infundado deve ser amortizado em um prazo de 35 anos, contados a partir do primeiro plano de amortização implementado pelo ente federativo após a publicação da Instrução Normativa.



Desta forma o custo previdenciário será composto pelo Custo Normal e o Custo Suplementar (CS) resultado da amortização do PAI. Assim temos:

$$CS_{\$} = \frac{PAI}{a_{\overline{35}|i}}$$

O Custo Suplementar definido como percentual da folha de salários é representado pela seguinte fórmula:

$$CS_{\%} = \frac{CS_{\$}}{13 * Sal_{total}}$$

Ainda, poderá estruturar o plano de amortização através de alíquotas ou aportes crescentes. Nesta metodologia, o financiamento do Déficit Atuarial será elaborado através de um financiamento crescente. O Saldo Inicial a ser financiado equivale ao Déficit Atuarial identificado no Cálculo Atuarial. O Pagamento a cada ano equivale a multiplicação da Alíquota Suplementar indicada para aquele ano pelo valor da folha anual de salários dos servidores ativos, projetada para o mesmo ano.

O Saldo Final a cada ano equivale ao Saldo Inicial do mesmo ano, subtraído do pagamento para aquele mesmo ano. O Saldo Inicial do segundo ano em diante, equivale ao saldo inicial do ano anterior, multiplicado por $1 + i$, onde i representa a taxa de juros utilizada no estudo.

7. PARÂMETROS DE SEGREGAÇÃO DE MASSAS

A Lei Complementar nº 932 de 03/10/2017, segrega a massa de servidores em 2 grupos, a saber:

- **Plano Previdenciário:** abrange todos os benefícios previdenciários de aposentadorias e pensões dos servidores efetivos que ingressaram no serviço público a partir de 27 de fevereiro de 2019; e
- **Plano Financeiro:** abrange todos os benefícios previdenciários de aposentadorias e pensões dos servidores efetivos que ingressaram no serviço público até de 26 de fevereiro de 2019.



8. EXPRESSÕES DE CÁLCULO DA CONSTRUÇÃO DA TÁBUA DE SERVIÇOS

Tabela 8 - Expressões de cálculo da Tábua de Serviços

SIMBOLOGIA	EXPRESSÃO
$q_x^{(m)}$	$q_x^{(m)} = q_x * [(1 - 0,5 * i_x) + (1 - 0,5 * w_x)]$
i'_x	$i'_x = i_x * [(1 - 0,5 * q_x) + (1 - 0,5 * w_x)]$
w'_x	$w'_x = w_x * [(1 - 0,5 * q_x) + (1 - 0,5 * i_x)]$
$q_x^{(t)}$	$q_x^{(t)} = q_x^{(m)} + i'_x + w'_x$
$l_{x+1}^{(t)}$	$l_{x+1}^{(t)} = l_x^{(t)} * (1 - q_x^{(t)})$
v	$v = \frac{1}{1 + \text{juros}}$
v'	$v' = \frac{1}{1 + i'}$
D_x	$D_x = l_x * v^x$
N_x	$N_x = \sum_{h=0}^{\omega-x} D_{x+h}$
$D_x^{(t)}$	$D_x^{(t)} = l_x^{(t)} * v^x$
$N_x^{(t)}$	$N_x^{(t)} = \sum_{h=0}^{\omega-x} D_{x+h}^{(t)}$
$D_x^{(t)'}$	$D_x^{(t)'} = l_x^{(t)} * v^{x'}$
$N_x^{(t)'}$	$N_x^{(t)'} = \sum_{h=0}^{\omega-x} D_{x+h}^{(t)'}$
D_x^i	$D_x^i = l_x^i * v^x$
N_x^i	$N_x^i = \sum_{h=0}^{\omega-x} D_{x+h}^i$
a_x	$a_x = \frac{N_{x+1}}{D_x}$
n/a_x	$n/a_x = \frac{N_{x+n+1}}{D_x}$
a_x^i	$a_x^i = \frac{N_{x+1}^i}{D_x^i}$
${}_s a_{x:\overline{y-x} }^{(t)'}$	${}_s a_{x:\overline{r-x} }^{(t)'} = \frac{N_{r+1}^{(t)'} - N_{x+1}^{(t)'}}{D_x^{(t)'}}$
$a_{\overline{n} i}$	$a_{\overline{n} i} = \frac{1 - v^n}{i}$
FDB	$FDB = \frac{f}{12} * \frac{1 - \frac{1}{(1 + INF)^{\frac{1}{f}}}}{1 - \frac{1}{(1 + INF)^{\frac{1}{12}}}}$
FDS	$FCS = FCB$
f	Frequência de reajuste do valor do benefício ao ano



SIMBOLOGIA	EXPRESSÃO
i'	$i' = \frac{(1+i)}{(1+cs)} - 1$

9. GLOSSÁRIO E SIMBOLOGIAS

SIMBOLOGIA	DESCRIÇÃO
$PMBaC$	Provisões Matemáticas de Benefícios a conceder
$VPCF$	Valor Presente das Contribuições Futuras
$VPBF$	Valor Presente dos Benefícios Futuros
$VPSF$	Valor Presente dos Salários Futuros
$i_{CN\$}$	Custo Normal, em valores, para o benefício a conceder de aposentadoria por invalidez
$i_{CN\%}$	Custo Normal, em percentual, para o benefício a conceder de aposentadoria por invalidez
$adm_{CN\$}$	Custo Normal, em valores, para o custeio administrativo
$adm_{CN\%}$	Custo Normal, em percentual, para o custeio administrativo
$T_{CN\%}$	Custo Normal Total líquido, em valores.
$T_{CN\$}$	Custo Normal Total líquido, em percentual.
$r_{CN\%}$	Custo Normal, em percentual, para o benefício a conceder de aposentadoria de válidos
$r_{CN\$}$	Custo Normal, em valores, para o benefício a conceder de aposentadoria de válidos
$p_{CN\$}$	Custo Normal, em valores, para o benefício a conceder de pensão por morte de servidor em atividade
$p_{CN\%}$	Custo Normal, em percentual, para o benefício a conceder de pensão por morte de servidor em atividade
$Rec. COMPREV$	Receita de Compensação referente ao exercício anterior ao da realização desta avaliação atuarial
$Folha benef$	Valor da folha de proventos de aposentadoria e pensão referente ao exercício anterior ao da realização da avaliação atuarial
$rVPBF_{x(t)}$	Valor Presente dos Benefícios Futuros referente às aposentadorias programadas futuras do servidor "t"
$Ben. Med. RGPS$	Valor médio per capita dos benefícios pagos pelo Regime Geral de Previdência Social
Sal_t	Salário Mensal do servidor "t"
$TcRGPS_t$	Tempo de contribuição do servidor "t" ao Regime Geral de Previdência Social
$TcRPPS_t$	Tempo de contribuição do servidor "t" ao Regime Próprio de Previdência Social – RPPS do ente federativo
PAI	Passivo Atuarial Infundado
Sal_{total}	Salário total dos servidores
Sal_x	Salário de um servidor com idade atual x
S_y	Salário na idade de admissão y
B_r	Valor do benefício projetado para a idade de aposentadoria



SIMBOLOGIA	DESCRIÇÃO
B_i	Valor do benefício projetado para a idade de aposentadoria por invalidez
B_p	Valor do benefício projetado para a idade de pensão por morte de servidor em atividade
B_x	Valor do benefício projetado para a idade atual do servidor
cs	Taxa Real do crescimento da remuneração ao longo da carreira
r	idade estimada de entrada em aposentadoria programada
x	Idade atual do servidor, aposentado ou pensionista atual.
n	Quantidade de servidores expostos ao risco
y	Idade de admissão como efetivo
z	Idade do filho válido mais novo
k	Diferença etária entre o servidor e seu cônjuge
ω	Última idade da tábua em uso
${}_{r-y}p_y^{(t)}$	Probabilidade de um indivíduo admitido com idade y chegar vivo e ativo na idade de aposentadoria r , em um ambiente multidecremental.
${}_{r-x}p_x^{(t)}$	Probabilidade de um indivíduo admitido com idade x chegar vivo e ativo na idade de aposentadoria r , em um ambiente multidecremental.
${}_t p_x^i$	Probabilidade de um indivíduo inválido com idade x chegar vivo no tempo em $x + t$
${}_t p_{x-k}$	Probabilidade de um indivíduo com idade $x - k$ chegar vivo no tempo em $x - k + t$
v^{r-y}	Fator de desconto financeiro da idade y até a idade de aposentadoria r
v^{r-x}	Fator de desconto financeiro da idade x até a idade de aposentadoria r
v^t	Fator de desconto financeiro no tempo t
$\pi(r)$	Probabilidade de o indivíduo estar casado na idade de aposentadoria r
$\pi(x)$	Probabilidade de o indivíduo de idade x estar casado
q_x^i	Probabilidade de um servidor inválido de idade x falecer antes de atingir a idade $x + 1$.
$q_x^{(m)}$	Probabilidade de um servidor ativo de idade x falecer antes de atingir a idade $x + 1$, em um ambiente multidecremental.
$q_x^{(t)}$	Probabilidade de um servidor de idade x se desligar do grupo de servidores ativos em virtude de morte em atividade, exoneração, invalidez ou aposentadoria
q_x	Probabilidade de um servidor ativo de idade x falecer em antes de atingir a idade $x + 1$
w_x	probabilidade de um servidor ativo de idade x se exonerar antes de atingir a idade $x + 1$
i_x	Probabilidade de um servidor ativo de idade x se invalidar antes de atingir a idade $x + 1$
r_x	Probabilidade de um servidor ativo de idade x se aposentar antes de atingir a idade $x + 1$
w'_x	Probabilidade de um servidor ativo de idade x ser exonerado antes de atingir a idade $x + 1$, em um ambiente multidecremental
i'_x	Probabilidade de um servidor ativo de idade x se invalidar antes de atingir a idade $x + 1$, em um ambiente multidecremental
r'_x	Probabilidade de um servidor ativo de idade x se aposentar antes de atingir a idade $x + 1$, em um ambiente multidecremental



10. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AITKEN, William H. (1996) *"A Problem-Solving Approach to Pension Funding and Valuation" Second Edition*

BOOTH, Philip, CHADBURN, Robert, HABERMAN, Steven, JAMES, Dewi, KHORASANEE, Zaki, PLUMB, Robert H. and RICKAYZEN, Ben (2005) *"Modern Actuarial Theory and Practice" Second Edition* – Chapman & Hall / CRC.

BOWERS, Newton L. , GERBER, Hans U. , HICKMAN, James C. , SONES, Donald A. and NESBIT, Cecil J. (1986) *"Actuarial Mathematics"*, First Edition, published by SOA – Society of Actuaries, 1986.

FERREIRA, Weber J. (1985) *"Coleção introdução à Ciência Atuarial"*, Rio de Janeiro, IRB, 1985, 4v.

IYER, Subramaniam (1999) *"Actuarial Mathematics of Social Security Pensions" - International Labour Office (December 1, 1999).*

SCOTT, Elaine A. (1989) *"Simple Defined Benefit Plans: Methods of Actuarial Funding"*

SPIEGEL, Murray R., SCHILLER, John J. e SRINIVASAN, R. Alu. (2004) *"Teoria e problemas de probabilidade e estatística" 2ª edição – (Coleção Schaum)*

WINKLEVOSS, Howard E. (1993) *"Pension mathematics with numerical illustrations" Second edition. Pension Research Council of the Wharton School of the University of Pennsylvania.*

